

INTELLIGENTE SYSTEME

1. SEMINAR – WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

Aufgabe 1. In einem Teebeutel-Weihnachtskalender befinden sich 24 Teebeutel mit 12 Sorten (je Sorte zwei Beutel). Wie groß ist bei zufälligem Ziehen des ersten und zweiten Beutels die Wahrscheinlichkeit, dass beide Sorten gleich sind?

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der Augenzahlen der zwei von einander unabhängig gewürfelten Spielwürfel (siehe Beispiel aus der Vorlesung) durch 5 teilbar ist.

Aufgabe 3. Mein Nachbar hat zwei Kinder¹.

a) Ich sehe im Garten meines Nachbarn einen Jungen. Wie wahrscheinlich ist es, dass das andere Kind auch ein Junge ist?

b) Ich weiß, dass mein Nachbar mindestens einen Jungen hat. Wie wahrscheinlich ist es, dass das andere Kind auch ein Junge ist?

Hinweis: Schreiben Sie ein Simulationsprogramm für beide Fälle.

Aufgabe 4. Bei einer Show sollen Sie erraten, hinter welcher von drei Türen ein Schatz versteckt ist. Zunächst dürfen Sie sich für eine Tür entscheiden. Danach öffnet der Moderator eine andere Tür und zeigt, dass sich hinter dieser kein Schatz befindet. Es bleiben nur noch zwei Türen geschlossen. Sie dürfen jetzt entweder bei Ihrer ursprünglichen Wahl bleiben oder es sich anders überlegen. Was würden Sie tun?

Aufgabe 5. Ein Punkt wird zufällig in das Quadrat $(x_1, x_2) \in [0, 1]^2$ geworfen. Man berechne die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $x_1 + x_2 < y$:

$$P(\{(x_1, x_2) : x_1 + x_2 < y\}) = F(y)$$

Konstruieren Sie den Graph der Funktion $F(y)$.

¹Jungen und Mädchen sind gleichwahrscheinlich.

Aufgabe 6. Eine Person behauptet, immer in Roulette gewinnen zu können. Die Strategie ist dabei die folgende:

Ich setze ein Chip auf Rot. Wenn ich gewinne, kriege ich zwei Chips² und verlasse das Casino. Sollte ich verlieren, setze ich wieder auf Rot, diesmal aber zwei Chips. Sollte ich wieder verlieren, setze ich vier Chips auf Rot. Ich verdoppele den Einsatz solange, bis ich gewinne. Am Ende habe ich ein Chip mehr als ich insgesamt eingesetzt habe. Ich habe immer 1023 Chips mit, d.h. ich verliere nur dann, wenn 10 mal nacheinander Schwarz kommt, was sehr unwahrscheinlich ist.

Beweisen Sie, dass diese Behauptung falsch ist, indem Sie den Erwartungswert des Gewinns berechnen.

²Beim Gewinn mit der Farbe kriegt man die doppelte Anzahl der Chips zurück.